© В.Н. УКРАИНЕЦ, М.К. БЕЙСЕМБАЕВ,
С.Р. ГИРНИС, А.К. ТЛЕУЛЕСОВ

vitnikukr@mail.ru

УДК 539.3

ВЛИЯНИЕ СКОРОСТИ И ПЕРИОДА СИНУСОИДАЛЬНОЙ НАГРУЗКИ, ДВИЖУЩЕЙСЯ В ПОДЗЕМНОМ ТРУБОПРОВОДЕ, НА ОКРУЖАЮЩИЙ ПОРОДНЫЙ МАССИВ

АННОТАЦИЯ. На основе решения задачи о действии подвижной периодической нагрузки на тонкостенную круговую цилиндрическую оболочку в упругом полупространстве, проведен численный анализ влияния скорости и периода движущейся в подземном трубопроводе синусоидальной нагрузки на напряженно-деформированное состояние окружающего его породного массива.

SUMMARY. On the basis of solved problem about an action of mobile periodic load on thin-walled circular cylindrical cover in elastic half-space, the numerical analysis of influence of velocity and the period moving in the underground pipeline of sinusoidal load on the tense-deformed condition of surrounding massif it is made.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА. Подземный трубопровод, подвижная нагрузка, напряженно-деформированное состояние.

KEY WORDS. Underground pipeline, mobile load, tense-deformed condition.

Обеспечение безопасности эксплуатации подземных трубопроводов, в частности нефтепроводов, является одной из наиболее актуальных задач трубопроводного транспорта. Конструкции данных сооружений имеют, как правило, большую протяженность и находятся при эксплуатации в условиях многофакторного нагружения и агрессивного воздействия окружающей среды. Одним из таких нагружений является подвижная нагрузка в нефтепроводе — периодическая, бегущая с постоянной скоростью волна давления, возникающая в результате действия импульсивных периодических возмущений от работающих компрессоров и вызывающая его колебания. В качестве основных модельных задач, используемых для исследования динамики подземных нефтепроводов в этом случае, обычно рассматриваются задачи об осесимметричной нормальной нагрузке давления, равномерно движущейся по внутренней поверхности круговой цилиндрической оболочки, расположенной в упругом пространстве (в случае глубокого заложения трубопровода) или полупространстве (в случае мелкого заложения трубопровода). Особый интерес вызывает последняя задача, так как в этом случае обязательно следует учитывать влияние земной поверхности на концентрацию напряжений в окрестности оболочки при дифракции отраженных волн [1].

Постановка и аналитическое решение задачи. Используя для исследований модельный подход, представим подземный трубопровод как бесконечно длинную круговую цилиндрическую тонкостенную оболочку, ось которой совпадает с осью z декартовой (x, y, z) или цилиндрической (r, θ, z) неподвижной системой координат. Оболочка расположена в линейно-упругом, однородном и изотропном полупространстве $x \le h$, параллельно его горизонтальной границе $x = h$ (земной поверхности), свободной от нагрузок. Обозначим радиус срединной поверхности оболочки R $(R < h)$, а ее толщину — h_0. В силу малости толщины оболочки полагаем, что массив контактирует с оболочкой вдоль ее срединной поверхности. Контакт между оболочкой и массивом полагаем жестким. Физико-механические свойства оболочки и массива характеризуются соответственно следующими постоянными: ν_0, ν — коэффициенты Пуассона; μ_0, μ — модули сдвига; ρ_0, ρ — плотности. Пусть на внутреннюю поверхность оболочки действует движущаяся с постоянной скоростью c в направлении оси z нагрузка P, периодическая по z. При этом будем считать, что скорость движения нагрузки меньше скоростей распространения волн сдвига в массиве (дозвуковой случай).

Определим реакцию полупространства на данную подвижную нагрузку, используя для описания его движения динамические уравнения теории упругости в подвижной системе координат $\eta = z - ct$ [1]:

$$\left(\frac{1}{M_p^2} - \frac{1}{M_s^2}\right)\text{grad div}\,\mathbf{u} + \frac{1}{M_s^2}\nabla^2\mathbf{u} = \frac{\partial^2\mathbf{u}}{\partial\eta^2}\,, \tag{1}$$

где $\boldsymbol{u}$ — вектор смещения упругой среды; $M_p = c/c_p$, $M_s = c/c_s$ — числа Маха; c_p, c_s — скорости распространения волн расширения-сжатия и сдвига в среде, ∇^2 — оператор Лапласа.

Для описания движения оболочки воспользуемся классическими уравнениями теории тонких оболочек [2], которые в подвижной системе координат имеют вид

$$\left[1 - \frac{(1-\nu_0)\rho_0 c^2}{2\mu_0}\right]\frac{\partial^2 u_{0\eta}}{\partial\eta^2} + \frac{1-\nu_0}{2R^2}\frac{\partial^2 u_{0\eta}}{\partial\theta^2} + \frac{1+\nu_0}{2R}\frac{\partial^2 u_{0\theta}}{\partial\eta\partial\theta} + \frac{\nu_0}{R}\frac{\partial u_{0r}}{\partial\eta} = \frac{1-\nu_0}{2\mu_0 h_0}(P_\eta - q_\eta),$$

$$\frac{1+\nu_0}{2R}\frac{\partial^2 u_{0\eta}}{\partial\eta\partial\theta} + \frac{(1-\nu_0)}{2}\left(1 - \frac{\rho_0 c^2}{\mu_0}\right)\frac{\partial^2 u_{0\theta}}{\partial\eta^2} + \frac{1}{R^2}\frac{\partial^2 u_{0\theta}}{\partial\theta^2} + \frac{1}{R^2}\frac{\partial u_{0r}}{\partial\theta} = \frac{1-\nu_0}{2\mu_0 h_0}(P_\theta - q_\theta), \tag{2}$$

$$\frac{\nu_0}{R}\frac{\partial u_{0\eta}}{\partial\eta} + \frac{1}{R^2}\frac{\partial u_{0\theta}}{\partial\theta} + \frac{h_0^2}{12}\nabla^2\nabla^2 u_{0r} + \frac{(1-\nu_0)\rho_0 c^2}{2\mu_0}\frac{\partial^2 u_{0r}}{\partial\eta^2} + \frac{u_{0r}}{R^2} = -\frac{1-\nu_0}{2\mu_0 h_0}(P_r - q_r),$$

где $u_{0\eta}$, $u_{0\theta}$, u_{0r} — перемещения точек срединной поверхности оболочки; q_η, q_θ, q_r — составляющие реакции окружающей оболочку среды (при $r = R$ $q_\eta = \sigma_{r\eta}$, $q_\theta = \sigma_{r\theta}$, $q_r = \sigma_{rr}$, где σ_{rj} — компоненты тензора напряжений в среде, $j = \eta, \theta, r)$; $P_\eta(\theta,\eta)$, $P_\theta(\theta, \eta)$, $P_r(\theta, \eta)$ — составляющие интенсивности подвижной нагрузки $P(\theta,\eta)$.

Так как граница полупространства свободна от нагрузок, то при $x = h$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{xy} = \sigma_{x\eta} = 0. \tag{3}$$

При жестком сцепления оболочки с массивом

$$u_j\Big|_{r=R} = u_{0j}, \quad j = \eta, \theta, r. \tag{4}$$

Здесь u_r, u_θ, u_η — компоненты вектора $\boldsymbol{u}$.

Задача сводится к совместному интегрированию уравнений движения массива (1) и оболочки (2) при выполнении граничных условий (3), (4).

Выразив $\boldsymbol{u}$ через потенциалы Ламе [1]

преобразуем (1) к виду $\boldsymbol{u} = \mathrm{grad}\varphi_1 + \mathrm{rot}(\varphi_2\boldsymbol{e}_\eta) + \mathrm{rotrot}(\varphi_3\boldsymbol{e}_\eta)$,

$$\nabla^2\varphi_j = M_j^2\frac{\partial^2\varphi_j}{\partial\eta^2}, \; j = 1, 2, 3, \tag{5}$$

где $M_1 = M_p$, $M_2 = M_3 = M_s$.

Рассмотрим случай синусоидальной подвижной нагрузки с произвольной зависимостью от угловой координаты

$$P_j(\theta,\eta) = p_j(\theta)e^{i\xi\eta}, \quad p_j(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} P_{nj}e^{in\theta}, \quad j = r, \theta, \eta, \tag{6}$$

где константа ξ определяет период $T = 2\pi/\xi$ действующей нагрузки.

Потенциалы φ_j также будем искать в виде периодических функций по η

$$\varphi_j(r,\theta,\eta) = \Phi_j(r,\theta)e^{i\xi\eta}. \tag{7}$$

Из (5) и (7) следует, что

$$\Delta_2\Phi_j - m_j^2\xi^2\Phi_j = 0, \; j = 1,2,3. \tag{8}$$

Здесь $m_j^2 = 1 - M_j^2$, $m_1 \equiv m_p$, $m_2 = m_3 \equiv m_S$, Δ_2 — двумерный оператор Лапласа.

Выразив компоненты напряженно-деформированного состояния (НДС) массива через потенциалы Ламе, можно получить выражения для перемещений u_l и напряжений σ_{lm} от синусоидальной подвижной нагрузки в декартовой ($l = x,y,\eta$, $m = x,y,\eta$) и цилиндрической ($l = r,\theta,\eta$, $m = r,\theta,\eta$) системах координат как функции от Φ_j.

Так как скорость нагрузки меньше скорости распространения волн сдвига в массиве, то $M_s < 1$ ($m_s > 0$) и решения (8) можно представить в виде [1]

$$\Phi_j = \Phi_j^{(1)} + \Phi_j^{(2)}, \tag{9}$$

$$\Phi_j^{(1)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nj}K_n(k_j r)e^{in\theta}, \;\; \Phi_j^{(2)} = \int_{-\infty}^{\infty} g_j(\xi,\zeta)\exp\left(iy\zeta + (x-h)\sqrt{\zeta^2 + k_j^2}\right)d\zeta,$$

где $K_n(k_j r)$ — функции Макдональда, $k_j = m_j\xi$; $g_j(\xi,\zeta)$, a_{nj} — неизвестные функции и коэффициенты, подлежащие определению, $j = 1,2,3$.

Используя с учетом (3) метод разложения потенциалов на плоские волны и переразложения плоских волн в ряды по цилиндрическим функциям [1], можно выразить функции $g_j(\xi,\zeta)$ через коэффициенты a_{nj} и получить аналитические выражения для компонент НДС массива при скоростях движения нагрузки меньших, чем скорость волны Рэлея c_R в полупространстве, где неизвестными будут только коэффициенты a_{nj}, j = 1,2,3. Для определения последних следует воспользоваться граничными условиями (4).

Для перемещения точек срединной поверхности оболочки при действии синусоидальной подвижной нагрузки, имеем

$$u_{0j}(\theta,\eta)=U_{0j}(\theta)e^{i\xi\eta}, \quad U_{0j}(\theta)=\sum^{\infty}u_{0nj}e^{in\theta}, \quad j=r,\theta,\eta\,. \tag{10}$$

Подставляя (6) и (10) в уравнения (2), для n-го члена разложения получим

$$\begin{gathered} \varepsilon_1^2u_{0n\eta}+\nu_{02}n\xi_0u_{0n\theta}-2i\nu_0\xi_0u_{0nr}=G_0\left(P_{n\eta}-q_{n\eta}\right), \\ \nu_{02}n\xi_0u_{0n\eta}+\varepsilon_2^2u_{0n\theta}-2inu_{0nr}=G_0\left(P_{n\theta}-q_{n\theta}\right), \\ 2i\nu_0\xi_0u_{0n\eta}+2inu_{0n\theta}+\varepsilon_3^2u_{0nr}=G_0\left(P_{nr}-q_{nr}\right), \end{gathered} \tag{11}$$

где $\varepsilon_1^2=\alpha_0^2-\varepsilon_0^2, \quad \varepsilon_2^2=\beta_0^2-\varepsilon_0^2, \quad \varepsilon_3^2=\gamma_0^2-\varepsilon_0^2, \quad \varepsilon_0^2=\nu_{01}\xi_0^2M_{s0}^2, \quad \xi_0=\xi R,$

$$\alpha_0^2=2\xi_0^2+\nu_{01}n^2, \quad \xi_0=\xi R, \quad \beta_0^2=\nu_{01}\xi_0^2+2n^2, \quad \gamma_0^2=\chi^2\left(\xi_0^2+n^2\right)^2+2,$$

$$\nu_{01}=1-\nu_0,\ \nu_{02}=1+\nu_0,\ M_{s0}=\frac{c}{c_{s0}},\ c_{s0}=\sqrt{\frac{\mu_0}{\rho_0}},\ \chi^2=\frac{h_0^2}{6R^2},\ G_0=-\frac{\nu_{01}R^2}{\mu_0h_0};$$

а $q_{n\eta}=(\sigma_{r\eta})_n$, $q_{n\theta}=(\sigma_{r\theta})_n$, $q_{nr}=(\sigma_{rr})_n$ при $r=R$.

Разрешая (11) относительно $u_{0n\eta}$, $u_{0n\theta}$, u_{0nr}, находим

$$\begin{gathered} u_{0n\eta}=G_0\sum_{j=1}^{3}\frac{\delta_{\eta j}}{\delta_n}\left(P_{nj}-q_{nj}\right), \\ u_{0n\theta}=G_0\sum_{j=1}^{3}\frac{\delta_{\theta j}}{\delta_n}\left(P_{nj}-q_{nj}\right), \\ u_{0nr}=G_0\sum_{j=1}^{3}\frac{\delta_{rj}}{\delta_n}\left(P_{nj}-q_{nj}\right). \end{gathered} \tag{12}$$

Здесь $\delta_n=(\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3)^2-(\varepsilon_1\xi_1)^2-(\varepsilon_2\xi_2)^2+2\xi_1\xi_2\xi_3$,

$$\delta_{\eta1}=(\varepsilon_2\varepsilon_3)^2-\xi_1^2,\ \delta_{\eta2}=\xi_1\xi_2-\xi_3\varepsilon_3^2,\ \delta_{\eta3}=i(\varepsilon_2^2\xi_2-\xi_1\xi_3),$$

$$\delta_{\theta1}=\delta_{\eta2},\ \delta_{\theta2}=(\varepsilon_1\varepsilon_3)^2-\xi_2^2,\ \delta_{\theta3}=i(\varepsilon_1^2\xi_1-\xi_2\xi_3),$$

$$\delta_{r1} = -\delta_{\eta 3}, \delta_{r2} = -\delta_{\theta 3}, \delta_{r3} = (\varepsilon_1 \varepsilon_2)^2 - \xi_3^2, \;\; \xi_1 = 2n, \xi_2 = 2\nu_0 \xi_0, \xi_3 = \nu_{02} \xi_0 n;$$

для P_{nj} и q_{nj} индекс j = 1 соответствует индексу η, j = 2-θ, j = 3-r.

Подставляя (12) в (4) и приравнивая коэффициенты рядов Фурье-Бесселя при $e^{in\theta}$, получим бесконечную систему линейных алгебраических уравнений для определения коэффициентов a_{nj}. Для решения этой системы можно использовать метод редукции, но наиболее удобным для решения поставленной задачи является метод последовательных отражений [3], который позволяет на каждом последовательном отражении решать системы линейных уравнений блочно-диагонального вида. Как показали исследования определителя данной системы, его обращение в ноль возможно только при скоростях нагрузки не меньшей, чем скорость рэлеевской волны c_R.

В случае произвольной периодической по η нагрузки, разлагая ее в ряд Фурье, для каждой составляющей ряда получим вышерассмотренную задачу.

Численный анализ НДС породного массива в окрестности подземного трубопровода. Исследуем влияние на напряженно-деформированное состояние окружающего трубопровод массива скорости движения c и периода $T = 2\pi/\xi$ нормальной осесимметричной синусоидальной нагрузки $P_r \equiv P$ с амплитудой P_A, оказывающей наибольшее давление на внутреннюю поверхность трубопровода в начале подвижной системы координат (η = 0). В качестве примера рассмотрим подземный стальной трубопровод в массиве алевролита (ν = 0,28, μ = 4,69·10³ МПа, ρ = 2,7·10³ кг/м³, c_s = 1318 м/с; c_R = 1218 м/с [4]) с характеристиками: ν_0 = 0,3, μ_0 = 8,08·10¹⁰ Па, ρ_0 = 7,8·10³ кг/м³; R = 0,703 м, h_0 = 0,014 м [5]. Принимаем небольшую глубину заложения трубопровода h = 2R. Контакт трубопровода с массивом полагаем жестким.

В таблицу 1 помещены результаты расчетов максимальных прогибов земной поверхности $u_x = u_x \mu / P_A$ ($\eta = y = 0$, $x = h$) при различных скоростях с и периодах T нагрузки.

Таблица 1

Максимальные прогибы u°_x земной поверхности

с, м/с	T, м				
	2π	π	$\pi/2$	$\pi/4$	$\pi/8$
	u°_x, м				
100	0,293	0,150	0,035	0,002	0,000
400	0,311	0,167	0,040	0,003	0,000
600	0,337	0,194	0,050	0,004	0,000

Из анализа результатов расчетов следует, что возрастание скорости движения нагрузки ведет к увеличению прогибов земной поверхности. С уменьшением T прогибы уменьшаются и при $T = \pi/4$ м, то есть при T/h = 0,6, они, как и другие компоненты НДС земной поверхности, практически равны нулю для всех рассматриваемых скоростей нагрузки. В этом случае толщина окружающего трубопровод динамически активного слоя массива приблизительно равна половине его глубины заложения — $h/2 = R$. При дальнейшем уменьшении T, толщина динамически активного слоя становится меньше. Таким образом, в случае $T/h < 0{,}6$ для расчета трубопровода на данную нагрузку можно использовать более простую расчетную схему — оболочку в безграничном упругом пространстве.

В таблице 2 для нагрузки с периодом $T = \pi/8$ м приведены результаты расчетов напряженно-деформированного состояния массива на контуре поперечного сечения трубопровода в подвижной координатной плоскости xy, произведенные по двум расчетным схемам (РС): 1 — оболочка в упругом полупространстве, 2 — оболочка в упругом пространстве. Скорость движения нагрузки c = 800 м/с. В таблицах приняты следующие обозначения: $u^{\circ}_{r} = u_r\mu/P_A$, *м*, $\sigma^{\circ}_{rr} = \sigma_{rr}/P_A$, $\sigma^{\circ}_{\theta\theta} = \sigma_{\theta\theta}/P_A$, $\sigma^{\circ}_{\eta\eta} = \sigma_{\eta\eta}/P_A$.

Таблица 2

Компоненты НДС массива на контуре поперечного сечения трубопровода ($T = \pi/8$ м, c = 800 м/с)

РС	Комп. НДС	θ, град.						
		0	30	60	90	120	150	180
1	u°_{r}	0,057	0,057	0,057	0,057	0,057	0,057	0,057
	σ°_{rr}	-1,115	-1,115	-1,115	-1,115	-1,115	-1,115	-1,115
	$\sigma^{\circ}_{\theta\theta}$	-0,259	-0,259	-0,259	-0,259	-0,259	-0,259	-0,259
	$\sigma^{\circ}_{\eta\eta}$	-0,550	-0,550	-0,550	-0,550	-0,550	-0,550	-0,550
2	u°_{r}	0,057	0,057	0,057	0,057	0,057	0,057	0,057
	σ°_{rr}	-1,115	-1,115	-1,115	-1,115	-1,115	-1,115	-1,115
	$\sigma^{\circ}_{\theta\theta}$	-0,259	-0,259	-0,259	-0,259	-0,259	-0,259	-0,259
	$\sigma^{\circ}_{\eta\eta}$	-0,550	-0,550	-0,550	-0,550	-0,550	-0,550	-0,550

Как видно из таблицы, даже при относительно близкой скорости движения нагрузки с данным периодом к скорости рэлеевской волны, отличия в значениях компонент напряженно-деформированного состояния исследуемого контура, полученных при использовании различных расчетных схем подземного трубопровода, отсутствуют.

Результаты аналогичных расчетов при периоде $T = 2\pi$ м и скорости нагрузки $c = 100$ м/с, помещены в таблицу 3.

Таблица 3

Компоненты НДС массива на контуре поперечного сечения трубопровода ($T = 2\pi$ м, $c = 100$ м/с)

РС	Комп. НДС	θ, град.						
		0	30	60	90	120	150	180
1	u°_{r}	0,396	0345	0,253	0,196	0,184	0,193	0,199
	σ°_{rr}	-0,698	-0,680	-0,653	-0,661	-0,693	-0,719	-0,725
	$\sigma^{\circ}_{\theta\theta}$	0,578	0,650	0,728	0,703	0,613	0,520	0,479
	$\sigma^{\circ}_{\eta\eta}$	-0,315	-0,289	-0,253	-0,245	-0,259	-0,275	-0,282
2	u°_{r}	0,213	0,213	0,213	0,213	0,213	0,213	0,213
	σ°_{rr}	-0,726	-0,726	-0,726	-0,726	-0,726	-0,726	-0,726
	$\sigma^{\circ}_{\theta\theta}$	0,499	0,499	0,499	0,499	0,499	0,499	0,499
	$\sigma^{\circ}_{\eta\eta}$	-0,259	-0,259	-0,259	-0,259	-0,259	-0,259	-0,259

Из анализа результатов следует, что даже при относительно низких скоростях движения нагрузки, отличия в значениях сравниваемых выше компонент напряженно-деформированного состояния породного массива довольно существенны. С увеличением скорости движения нагрузки эта тенденция усиливается.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ержанов Ж.С., Айталиев Ш.М., Алексеева Л.А. Динамика тоннелей и подземных трубопроводов. Алма-Ата: Наука, 1989. 240 с.

2. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластин и оболочек. М.: Наука, 1972. 432 с.

3. Украинец В.Н. Динамика тоннелей и трубопроводов мелкого заложения под воздействием подвижных нагрузок. Павлодар: НИЦ ПГУ им. С. Торайгырова, 2006. 123 с.

4. Булычев Н.С. Механика подземных сооружений в примерах и задачах. М.: Недра, 1989. 270 с.

5. Бородавкин П.П. Подземные магистральные трубопроводы. М.: Недра, 1982. 384 с.